

**Атаманчук Ю.С.  
Пасенченко Ю.А.**

доцент, канд. фіз.-мат. наук  
Національний технічний університет України «КПІ»

## **МОДЕЛЮВАННЯ УПРАВЛІННЯ ЗАПАСАМИ ПІДПРИЄМСТВА З УРАХУВАННЯМ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ПОПИТУ**

### **МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ ПРЕДПРИЯТИЯ С УЧЕТОМ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ СПРОСА**

### **MODELING OF ENTERPRISE'S INVENTORY MANAGEMENT WITH ALLOWANCE FOR UNCERTAIN DEMAND**

*В статті розглядається проблема вибору оптимальної політики управління запасами. Надано алгоритм оптимізації параметрів системи управління запасами. Розкрито особливості ефективного управління запасами шляхом надходження такої (оптимальної) величини запасів, при якій витрати на їх підтримання та утримання були б мінімальними, а кількість запасів – достатньою для стабільної роботи суб'єкта господарювання. В роботі наведена економіко-математична модель, яка дозволяє здійснити вибір оптимальної політики управління запасами підприємства в умовах нестабільної економіки, а також здійснено чисельні розрахунки, що демонструють застосування даної моделі на підприємстві швейної промисловості. Визначено момент часу, на який слід призначати поставку замовлення, що дозволяє підтримувати запаси на оптимальному рівні, знижуючи одночасно витрати на зберігання запасу і втрати від дефіциту товару. Попит на товар в представленій моделі розглядається як випадкова величина з нормальним розподілом ймовірностей.*

**Ключові слова:** управління запасами, випадковість попиту, оптимізація, економіко-математична модель, економічна невизначеність.

*В статье рассматривается проблема выбора оптимальной политики управления запасами. Предоставлено алгоритм оптимизации параметров системы управления запасами. Раскрыты особенности эффективного управления запасами путем поступления такой (оптимальной) величины запасов, при которой затраты на их поддержание и содержание были бы минимальными, а количество запасов – достаточной для стабильной работы предприятия. В работе приведена экономико-математическая модель, которая позволяет осуществить выбор оптимальной политики управления запасами предприятия в условиях нестабильной экономики, а также осуществлено численные расчеты, демонстрирующие применение данной модели на предприятии швейной промышленности. Определен момент времени, на который следует назначать поставку заказа, позволяет поддерживать запасы на оптимальном уровне, снижая одновременно затраты на хранение запаса и потери от дефицита товара. Спрос на*

товар в представленной модели рассматривается как случайная величина с нормальным распределением вероятностей.

**Ключевые слова:** управление запасами, случайность спроса, оптимизация, экономико-математическая модель, экономическая неопределенность.

*The article considers the problem of choosing the optimal inventory control policy. Provided algorithm parameter optimization inventory management system. The features of effective inventory management through receipt of such (optimal) value stocks in which the cost of their maintenance and upkeep would be minimal, and the number of stocks - sufficient for stable operation of the entity. The paper shows the economic-mathematical model that allows for an optimal inventory control policy of the company in a volatile economy, and also making numerical calculations that demonstrate the use of this model in the enterprise apparel industry. Defined time, which should be given the supply order, allowing you to maintain stocks at optimal levels while reducing storage costs and losses from stock shortages. Demand for goods in the presented model is considered as a random variable with normal probability distribution.*

**Keywords:** inventory management, demand randomness, optimization, economic and mathematical model, the economic uncertainty.

**Вступ.** Сьогодні однією з центральних проблем бізнесу є дефіцит оборотних коштів. На підприємствах істотна частина оборотних коштів знаходиться на складі, тому завдання ефективного управління запасами і асортиментом в цілому, стає життєво важливою. Сьогодні однією з центральних проблем бізнесу є дефіцит оборотних коштів. На підприємствах істотна частина оборотних коштів знаходиться на складі, тому завдання ефективного управління запасами і асортиментом в цілому, стає життєво важливою.

На сьогодні визнано, що накопичення на складах значних запасів, як це було і в минулому, призводить до додаткових істотних витрат на утримання складських приміщень, що постійно дорожчають. Підприємства прагнуть мінімізувати товарні запаси і використовувати складські площі. В зв'язку з цим все більшої актуальності набувають методи і моделі, що розроблені і розробляються в даний час вітчизняними та зарубіжними фахівцями, покликані оптимізувати параметри систем управління запасами. Разом з тим, незважаючи на різноманітність особливостей моделей і прагнення створювати узагальнені моделі, вивчені досі в літературі, схеми управління запасами не вичерпують, мабуть, і меншої частки завдань, що виникають у практичній діяльності підприємств і торговельних компаній.

Більшість моделей управління запасами, що представлені у науковій літературі та періодичних виданнях, є детермінованими. За своїм математичним змістом вони є задачами математичного програмування, в яких в якості основних змінних оптимізації виступають розмір закупівлі та час поставки. За вхідну інформацію в таких моделях використовується прогноз попиту на деякий період часу, або середньоочікувана величина попиту по

деяких періодах. Такі дані трактуються як детерміновані, але не є такими в реальності.

Тому було поставлено завдання з розробки та дослідження математичної моделі управління запасами, в якій значення попиту на товар розглядається не як детерміновані вхідні дані, а як випадкові величини з заданими розподілами ймовірностей.

Таким чином, предметом оптимізації в даних моделях є визначення моменту часу, на який слід призначати поставку замовлення, що дозволяє підтримувати запаси на оптимальному рівні, знижуючи одночасно витрати на зберігання запасу і втрати від дефіциту товару.

Актуальність теми обумовлена тим, що кожному торгівельному підприємству для здійснення своєї діяльності необхідні товарно-матеріальні запаси. Від кількості запасів залежать витрати підприємства на зберігання, замовлення, транспортування; також витрати пов'язані з нестачею запасів (дефіцитом), а ці затрати оцінити набагато складніше. Від усіх цих витрат залежить прибуток та рентабельність підприємства, тому дуже важливо вміти визначити оптимальний розмір запасів і своєчасно робити замовлення.

**Постановка завдання.** Метою дослідження є розкриття особливостей ефективного управління запасами шляхом визначення моменту поставки, при якому витрати на їх підтримання та утримання були б мінімальними, а кількість запасів – достатньою для стабільної роботи суб'єкта господарювання.

**Методологія.** Методологічною основою дослідження стали праці вітчизняних і зарубіжних фахівців з проблем логістики, управління ланцюгами поставок, управління запасами, дослідження операцій. У роботі використовувалися методи математичного аналізу, теорії оптимізації, теорії ймовірностей і математичної статистики. Інформаційну базу дослідження склали матеріали періодичних видань та науково-практичних конференцій, результати досліджень фахівців в області логістики і управління запасами, матеріали дисертаційних досліджень інших авторів з даної тематики, розробки автора, засновані на первинних даних, зібраних в ході виконання дослідження.

**Результати дослідження.** Дана модель дозволяє визначати момент призначення поставки в умовах невизначеності, пов'язаної з випадковим характером попиту. Тобто існує невизначеність відносно моменту часу вичерпання товару на складі. Введемо наступні позначення:

$t^*$  - момент призначення доставки товару.

$\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha$  - момент реального вичерпання запасу на складі.

$\alpha_0$  - очікуваний час вичерпання запасу на складі.

$\Delta\alpha$  - випадкова величина, що описує відхилення моменту реального вичерпання запасу на складі від очікуваного часу вичерпання запасу, що розподілена за нормальним законом.

У функцію витрат, яка відобразить ефективність прийнятої стратегії управління запасами, включені витрати на зберігання і витрати дефіциту, що містять упущену вигоду і пропорційні часу відсутності необхідної кількості товару на складі.

Витрати зберігання товару в обсязі  $Q$  після поставки на інтервалі часу до моменту реального вичерпання товару  $\alpha$  у випадку, коли поставка товару припала на більш ранній термін  $t^*$  ( $t^* < \alpha$ ), складатимуть:

$$I = c \cdot Q \cdot (\alpha - t^*),$$

де  $c = const$  – добова вартість зберігання одиниці запасу.

В іншому випадку, при неповному задоволенні попиту, тобто  $t^* > \alpha$  виникають витрати дефіциту запасу на проміжку від моменту реального вичерпання товару  $\alpha$  і до моменту поставки  $t^*$  в об'ємі  $Q$ , які вичислюються по формулі:

$$D = \frac{Q}{\alpha_0} \cdot z \cdot (t^* - \alpha),$$

де  $z = const$  – прибуток від реалізації одиниці запасу.

$\frac{Q}{\alpha_0}$  являє собою середній добовий об'єм реалізованого запасу.

Загальні витрати обчислюються по формулі:

$$I + D = \begin{cases} Q \cdot c \cdot (\alpha - t^*), & \alpha > t^* \\ \frac{Q}{\alpha_0} \cdot z \cdot (t^* - \alpha), & t^* > \alpha \end{cases}$$

Як функцію сумарних витрат, що є в стохастичних моделях випадковою величиною, розглядаємо її математичне очікування.

В описуваній моделі з безперервною випадковою величиною  $\Delta\alpha$ , що характеризує невизначеність попиту і має закон розподілу  $\rho(\Delta\alpha) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta\alpha^2}{2\sigma^2}}$ , математичне очікування сумарних витрат приймає вигляд:

$$F(t^*) = \int_{-\infty}^{t^* - \alpha_0} \frac{Q}{\alpha_0} \cdot z \cdot (t^* - \alpha_0 - \Delta\alpha) \rho(\Delta\alpha) d\Delta\alpha + \int_{t^* - \alpha_0}^{\infty} c \cdot Q \cdot (\alpha_0 + \Delta\alpha - t^*) \rho(\Delta\alpha) d\Delta\alpha$$

Поставлена задача управління запасами полягає у знаходженні такого моменту призначення поставки  $t^*$ , при якому математичне очікування сумарних витрат буде мінімальним.

Математична модель управління запасами підприємства з урахуванням невизначеності попиту матиме вигляд:

$$F(t^*) = \int_{-\infty}^{t^* - \alpha_0} \frac{Q}{\alpha_0} \cdot z \cdot (t^* - \alpha_0 - \Delta\alpha) \rho(\Delta\alpha) d\Delta\alpha + \int_{t^* - \alpha_0}^{\infty} c \cdot Q \cdot (\alpha_0 + \Delta\alpha - t^*) \rho(\Delta\alpha) d\Delta\alpha \rightarrow \min_{t^*}$$

Кожен із доданків функції розглядається окремо, здійснюються перетворення, і загальний інтеграл зводиться до наступного вигляду:

$$\begin{aligned}
 F(t^*) &= F_1(t^*) + F_2(t^*) = \\
 &= \frac{Q}{\alpha_0} \cdot z \cdot t^* \cdot \Phi\left(\frac{t^* - \alpha_0}{\sigma}\right) - Q \cdot z \cdot \Phi\left(\frac{t^* - \alpha_0}{\sigma}\right) + \frac{Q}{\alpha_0} \cdot z \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(t^* - \alpha_0)^2}{2\sigma^2}} + \\
 &\quad + c \cdot Q \cdot \alpha_0 \cdot \left(1 - \Phi\left(\frac{t^* - \alpha_0}{\sigma}\right)\right) + c \cdot Q \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(t^* - \alpha_0)^2}{2\sigma^2}} - \\
 &\quad - c \cdot Q \cdot t^* \cdot \left(1 - \Phi\left(\frac{t^* - \alpha_0}{\sigma}\right)\right),
 \end{aligned}$$

де  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \frac{1}{2} + \varphi(x)$ ,  $\varphi(x)$  – відома

функція Лапласа.

Для того, щоб знайти мінімум очікуваних витрат візьмемо похідну:

$$F'(t^*) = \frac{Q}{\alpha_0} \cdot z \cdot \Phi\left(\frac{t^* - \alpha_0}{\sigma}\right) - c \cdot Q + c \cdot Q \cdot \Phi\left(\frac{t^* - \alpha_0}{\sigma}\right)$$

і прирівнюючи її до нуля знайдемо  $t^*$  з рівняння:

$$t^* = \alpha_0 + \sigma \cdot \Phi^{-1}\left(\frac{\alpha_0 \cdot c}{z + \alpha_0 \cdot c}\right)$$

Розглянемо зв'язок  $t^*$  і величини прибутку від реалізації одиниці запасу  $z$ . Вартість зберігання  $c = 5$  ум. од., очікуваний час закінчення товару  $\alpha_0 = 10$  днів, а  $\Delta\alpha$  розподілена за нормальним законом з параметрами  $\mu = 0$  і  $\sigma = 2$ . Тоді для кожного значення  $z$ , отримаємо відповідний оптимальний момент поставки  $t^*$  (табл.).

Таблиця

**Зв'язок моменту призначення доставки товару та прибутку від реалізації одиниці запасу**

$c$	$z$	$\alpha_0$	$\frac{\alpha_0 \cdot c}{z + \alpha_0 \cdot c}$	$\sigma \cdot \Phi^{-1}\left(\frac{\alpha_0 \cdot c}{z + \alpha_0 \cdot c}\right)$	$t^*$
5	10	10	0,833333	3,87	13,87
5	20	10	0,714286	2,26	12,26
5	30	10	0,625	1,27	11,27
5	40	10	0,555556	0,56	10,56
5	50	10	0,5	0,00	10,00

5	60	10	0,454545	-0,46	9,54
5	70	10	0,416667	-0,84	9,16
5	80	10	0,384615	-1,17	8,83
5	90	10	0,357143	-1,46	8,54
5	100	10	0,333333	-1,72	8,28

Таким чином, описана модель дозволяє визначити момент доставки нової партії товару певної кількості при випадковому попиті за умови мінімізації загальних витрат. У разі нормального розподілу попиту дана оптимізаційна задача має аналітичне рішення, що зводиться до обчислення зворотної функції до стандартної функції Лапласа.

**Висновки.** Розглянута модель може бути використана підприємствами будь-якої форми власності та організаційної структури управління. Впровадження розробленого алгоритму в практичну діяльність підприємства буде сприяти підвищенню ефективності його діяльності та уникненню помилок у виборі оптимальної політики управління запасами. Також у майбутньому планується розробка та дослідження математичної моделі для визначення оптимального обсягу замовлення, в якій була б врахована ймовірнісна природа часу поставки.

### Література:

1. Таха Хемди А. Введение в исследование операций, 7-е издание.: Пер. с англ. / Таха Хемди А. – М.: Издательский дом "Вильямс", 2005. – 912 с.
2. Свиридова О.А. Стохастические модели оптимизации управления запасами торговых организаций : дис. ... канд. экон. наук / Свиридова Ольга Александровна – К., 2015 – 148 с.
3. Пономаренко О.І. Основи математичної економіки. / Пономаренко О.І., Перестюк М.О., Бурим В.М. -К.: Інформтехніка, 1995. – 281 с.
4. Вітлінський В.В. Ризик у менеджменті. / В.В. Вітлінський, С.І. Наконечний – К.: Борисфен - М, 1996. – 336 с.
5. Наконечний С. І. Економетрія: Підручник. / Наконечний С. І., Терещенко Т. О., Романюк Т. П. – 3-тє видання, доп. та перероб. — К.: КНЕУ, 2004. — 520 с.