

Рупіч С. С.

Пасенченко Ю. А.

канд. фіз.-мат. наук, доцент

Національний технічний університет України «КПІ»

## РОЗРОБКА ТА АПРОБАЦІЯ ЕКОНОМІЧНОЇ МОДЕЛІ РАХУНКУ ІНВЕСТИЦІЙНОЇ УСТАНОВИ

### РАЗРАБОТКА И АПРОБАЦИЯ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СЧЁТА ИН- ВЕСТИЦИОННОГО УЧРЕЖДЕНИЯ

### DEVELOPMENT AND TESTING OF ECONOMIC MODELS ACCOUNT IN- VESTMENT INSTITUTIONS

*В роботі обґрунтовано актуальність організації грошових потоків та їх оптимального керування на основі математичних моделей. Сформульовано задачу оптимального керування грошовими потоками інвестиційної установи. Розглянуто, що вбачають у грошових потоках науковці. Запропоновано використати лінійно-квадратичну одновимірну модель банківського рахунку. Отримані вирази оптимального керування та траєкторії руху грошових потоків. На основі математичної моделі створено за допомогою програмного середовища MATLAB пакету Simulink структурні схеми задачі керування моделі руху грошових потоків. Промодельовано на основі встановлених даних. Проаналізовано вплив вагових коефіцієнтів на керування грошовими потоками. Отримано результати оптимальної траєкторії та керування економічної моделі рахунку інвестиційної установи за термін 4 роки та при здійсненні щоквартальних виплат. Здійснено узагальнення розробки оптимізаційної економіко-математичної моделі та результатів її моделювання.*

**Ключові слова:** інвестиційне підприємство, грошові потоки, математична модель, керування.

*В работе обоснована актуальность организации денежных потоков и их оптимального управления на основе математических моделей. Сформулирована задача оптимального управления денежными потоками инвестиционного учреждения. Рассмотрено, что видят в денежных потоках ученые. Предложено использовать линейно-квадратичную одномерную модель банковского счета. Полученные выражения оптимального управления и траектории движения денежных потоков. На основе математической модели созданы с помощью программной среды MATLAB пакета Simulink структурные схемы задачи управления модели движения денежных потоков. Промоделировано на основе установленных данных. Проанализировано влияние весовых коэффициентов на управление денежными потоками. Получены результаты оптимальной траектории и управления экономической модели счета инвестиционной учреждения за срок 4 года и при осуществлении ежеквартальных выплат. Осуществлены обобщения разработки оптимизационной экономико-математической модели и результатов ее моделирования.*

**Ключевые слова:** инвестиционное предприятие, денежные потоки, математическая модель, управление.

*In this article the urgency organizations cash flow and optimal control based on mathematical models. The problem of optimal control of cash flows of the investment institution. Considers that sees in the cash flows scientists. It is proposed to use linear-quadratic-dimensional model of a bank account. Expressions optimal control trajectories and cash flows. Based on mathematical models created using MATLAB software environment package Simulink block diagrams task management model cash flows. Modeled on the basis of the data set. The effect of weighting coefficients to manage cash flow. The results of the optimal trajectory control economic model and credit institutions for investment term of 4 years and in making quarterly payments. Done generalization developing economic and mathematical optimization model and the results of its simulation.*

**Keywords:** investment company, cash flow, mathematical model, control.

**Вступ.** Науковці вбачають основні напрями потоків грошових коштів у фінансовій діяльності як низку надходжень та виплат, що пов'язані з одержанням, а також сплатою позик і дивідендів, емісією та погашенням акцій та облігацій [1]. Ефективно організовані грошові потоки (ГП) підприємства є важливим фактором її «фінансового здоров'я», передумовою забезпечення сталого зростання та досягнення значних кінцевих результатів виробничо-комерційної діяльності в цілому. Знання та практичне використання принципів, механізмів і методів організації та ефективного керування ГП надають можливість забезпечити перехід підприємства до нової якості економічного розвитку.

Математичні моделі в економіці надають можливість вирішити такі важливі питання: аналіз економічних об'єктів і процесів; передбачення розвитку економічних процесів і прогнозування наслідків від тих чи інших заходів; вироблення керуючих рішень на всіх рівнях господарської ієрархії керування [2]. Синхронізація ГП спрямовується на усунення сезонних і циклічних відмінностей у формуванні як позитивних, так і негативних грошових потоків, а також на оптимізацію середніх залишків готівки. Оптимізація ГП може знайти відображення при складанні фінансового плану підприємства на рік з розбивкою по кварталах і місяцях. Для цього доцільно розробити відповідний математичний апарат.

**Постановка завдання.** Висувається гіпотеза, що інформація про рух коштів, пов'язаних з фінансовою діяльністю, надає можливість прогнозувати майбутній обсяг капіталу, на який будуть мати права постачальники підприємства.

Науковці визначають, що грошові потоки є сукупністю надходжень і виплат коштів у процесі операційної, інвестиційної та фінансової діяльності підприємства. Грошові потоки від основної діяльності пов'язані з поточними операціями з надходження виручки від реалізації товарів і послуг, оплатою рахунків постачальників, отриманням короткострокових кредитів і позик, виплатою заробітної плати, розрахунками з бюджетом. Відтоки в процесі інвес-

тиційної діяльності, як правило, спрямовані на придбання основних засобів, нематеріальних активів.

Основною метою розроблення плану надходження та витрачання коштів є прогнозування в часі ГП підприємства в розрізі окремих видів виробничо-комерційної діяльності та забезпечення постійної платоспроможності на всіх етапах планового періоду.

**Методологія.** Економічна модель рахунку інвестиційного підприємства представлена за допомогою диференціального рівняння з керуванням  $U(t)$  і квадратичним функціоналом, при відповідних початкових умов (розглядаємо скалярний випадок) [3-5]. Застосуємо лінійно-квадратичну одновимірну модель банківського рахунку:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \rho * x(t) + U(t); \\ x(0) &= x_0,\end{aligned}$$

де  $x(t)$  – сума коштів на рахунку (капітал);  $\rho$  – змінна депозитна ставка;  $U(t)$  – керування;  $\tilde{x}(t)$  – кошти, які прагне досягти компанія у своїй діяльності на заданому періоді.

$$x = \tilde{x} + y,$$

де  $y$  – збурення, що впливають на економічну ситуацію підприємства.

Тоді,

$$\dot{x} = \tilde{\dot{x}} + \dot{y}.$$

Коли  $\bar{x} = \tilde{x} = const$  економічна модель матиме вигляд:

$$\begin{aligned}\dot{y} &= \rho(\bar{x} + y) + U(t), \\ x_0 &= \bar{x} + y_0, \\ y_0 &= x_0 - \bar{x}.\end{aligned}$$

Звідси,

$$\begin{aligned}\dot{y} &= \rho y + \hat{U}; \\ y(0) &= x(0) - \bar{x} = y_0; \\ 0 &\leq t \leq T; \\ \hat{U} &= U(t) + \rho\bar{x};\end{aligned}$$

$$I(y, \hat{U}) = N_1 y^2(T) + \int_0^T (N_2 y^2 + N_3 \hat{U}^2) dt \rightarrow \min,$$

де  $\rho, N_1 \geq 0, N_2 > 0, N_3 \geq 0$  – *const* – коефіцієнти впливу складових економічної моделі.

Скалярна функція рівняння Рікатті  $P(t)$  визначається як:

$$\dot{P}(t) = -N_2 - 2\rho P(t) + rP^2(t) + N_2, \quad P(T) = N_1,$$

де  $r = N_3$ .

Звідси, розділивши змінні та інтегруючи, отримаємо:

$$P(t) = r[N_1 r^{-1} - \rho + \beta - (N_1 r^{-1} - \rho - \beta)\alpha(t)]^{-1} [(\beta + \rho)(N_1 r^{-1} - \rho + \beta) + (\beta - \rho)(N_1 r^{-1} - \rho - \beta)\alpha(t)],$$

де  $\alpha(t) = e^{-2\beta(T-t)}$ ,  $\beta = \sqrt{\rho^2 + N_2 r^{-1}}$ .

Відповідно до встановлених рівнянь, оптимальне керування визначається за виразом:

$$\tilde{U}(t) = -N_3^{-1}P(t)y(t),$$

де  $y(t)$  – рішення задачі Коші:

$$\dot{y}(t) = (\rho - r^{-1}P(t))y(t), \quad y(0) = y_0.$$

**Результати дослідження.** Для моделювання використовується програмне середовище Matlab пакет Simulink. На рис. 1 зображена структурна схема матричного рівняння Ріккати. Структурна схема моделі для оптимального рішення  $x(t)$  зображена на рис. 2.

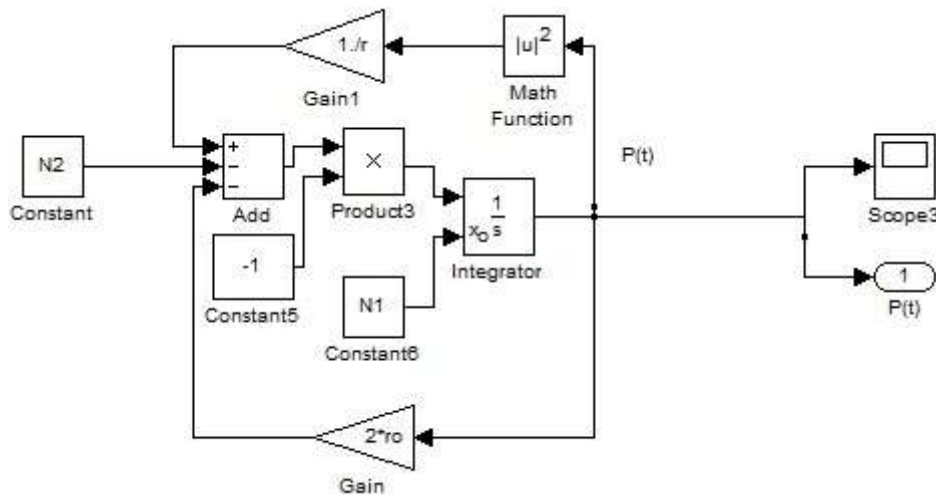


Рис. 1. Структурна схема рівняння Ріккати для моделі руху грошових потоків підприємства

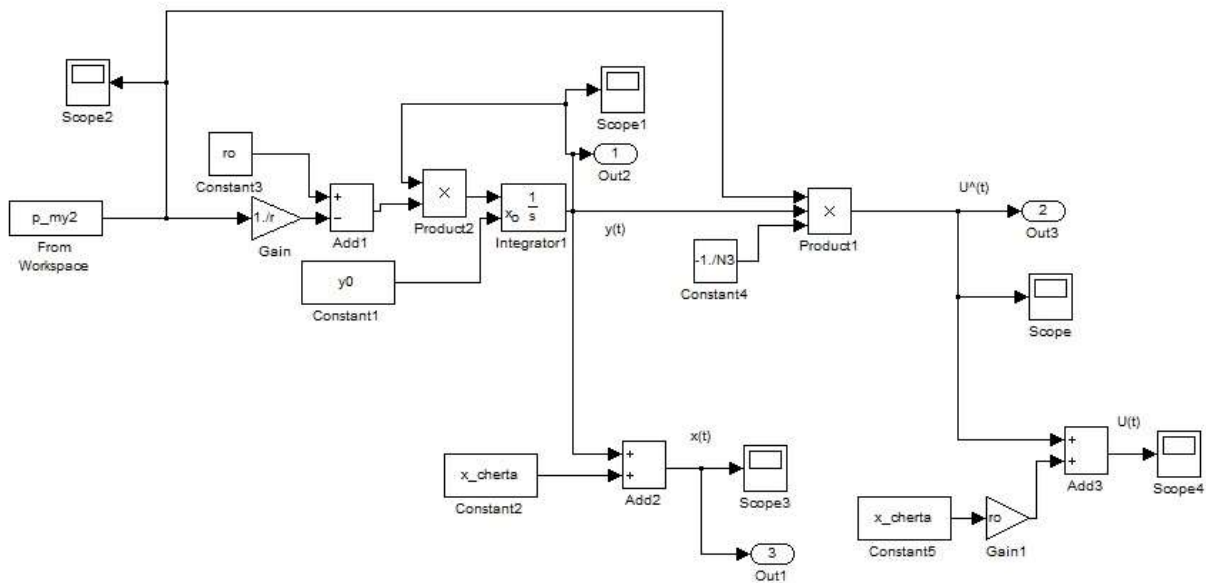


Рис. 2. Структурна схема моделі руху грошових потоків інвестиційної діяльності підприємства

Отримані вирази для  $P(t)$  та оптимальної траєкторії  $x(t)$  надають можливість досліджувати поведінку руху ГП при різних значеннях параметрів.

Пропонується розглянути на практиці роботу запропонованої математичної моделі. Випадок, коли відсоткова ставка  $\rho = 10\%$ , початкова сума на рахунку  $x_0 = 100$  тис. грн – постійні величини. На кінцевий період часу необхідно, щоб на рахунку було  $\hat{x}(t)$  за існуючого капіталу  $K = 500$  тис. грн. Наблизимо функцію необхідних виплат і керуємо рахунком інвестиційного фонду для досягнення мети відслідковування сталого режиму сплат. При цьому,  $N_1=20$ ,  $N_2=100$ ,  $N_3=0.02$ . Протягом наступних  $n$  – років будемо керувати грошовими потоками.

На рис. 3 представлені оптимальні траєкторії мінімізації збурень, накопичення капіталу та оптимального керування кожного при  $\hat{x}(t) = 3K$  – це *const*.

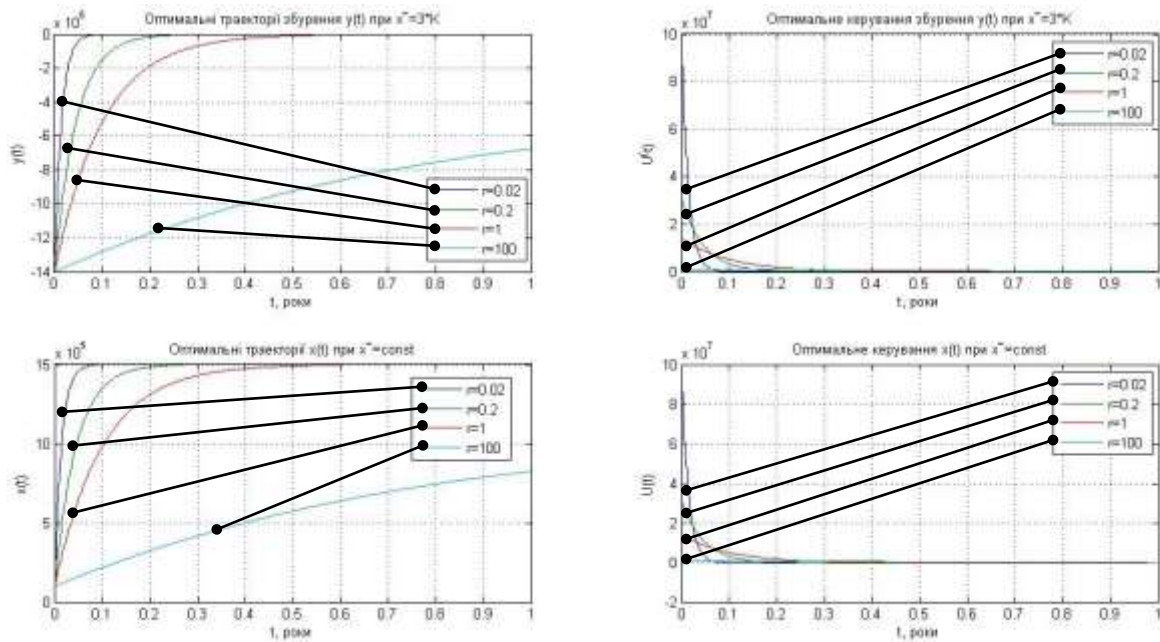


Рис. 3. Результати оптимальної траєкторії та керування економічної моделі рахунку інвестиційного підприємства при  $r = 0.02; 0.2; 1; 100$

Видно, що швидкість досягнення кінцевого результату значно залежить від величини  $r$ , яка характеризує вагу вартості керування (множник  $N_3$ ) та ефективність керування (множник  $b^{-2}$ ). При значних значеннях  $r$  кінцевий результат за короткий проміжок часу неможливо визначити. Це свідчить про те, що підприємство не зможе досягти за цей час поставленої мети. Збільшивши  $T$  до 4 років (рис. 4), можна з'ясувати, за скільки часу можна накопити кінцеву суму. Видно, що при значному показнику  $r$  інвестиційна діяльність підприємства затяжна за часом.

Зазвичай, в інвестиційному фонді здійснюються щоквартальні виплати. Вони описуються функцією:

$$x_{eT} = \frac{K}{2} \sin(3 * t) + K,$$

де  $K$  – капітал підприємства (фірми).

Підприємство повинно вийти на такий рівень функціонування, щоб у своїй діяльності отримувати прибуток.  $x_{eT}$  – це оптимальні виплати.

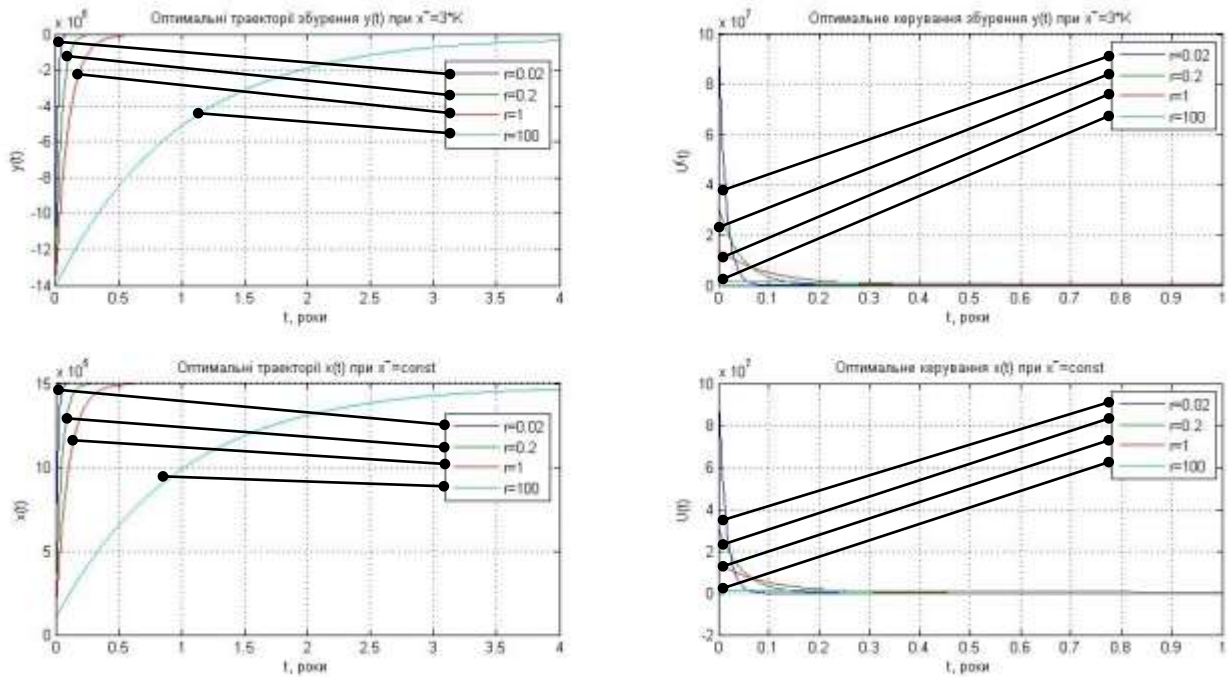


Рис. 4. Результати оптимальної траєкторії та керування економічної моделі рахунку інвестиційного підприємства при  $T = 4$  роки

На рис. 5 та 6, як і для випадку з накопиченням капіталу, досягнення кінцевої мети залежить від ваги вартості  $N_3$  та ефективності  $b^{-2}$  керування. Менше ніж за 1 квартал компанія досягає оптимальних виплат при невеликих значеннях показників, і виходить на прибуткову діяльність. Якщо керування фінансами буде значним, то навіть через 4 роки не спостерігається прибуток, тому це свідомо збиткова компанія, яка може зазнати банкрутства.

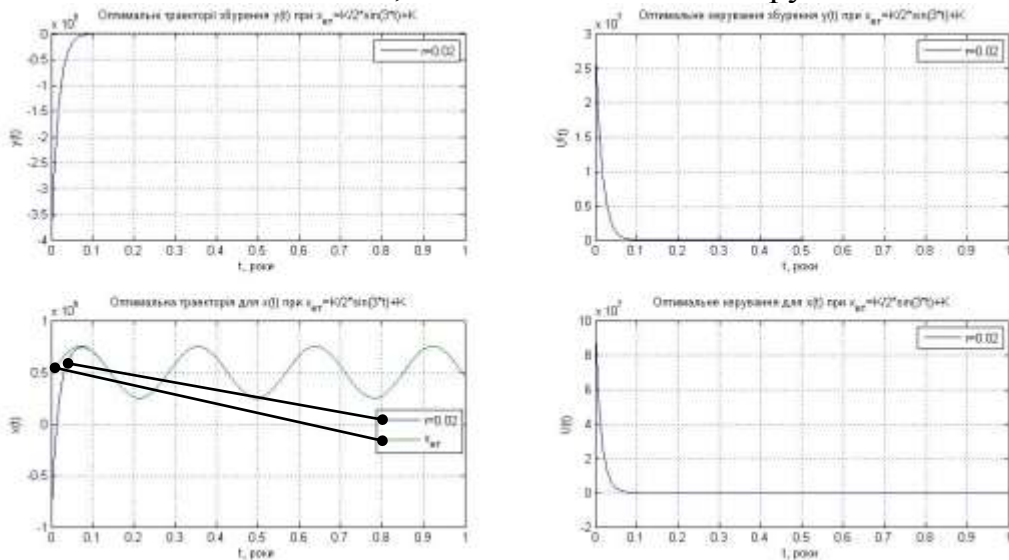


Рис. 5. Результати оптимальної траєкторії та керування економічної моделі рахунку інвестиційного підприємства при  $x_{em}$  та  $r = 0.02$



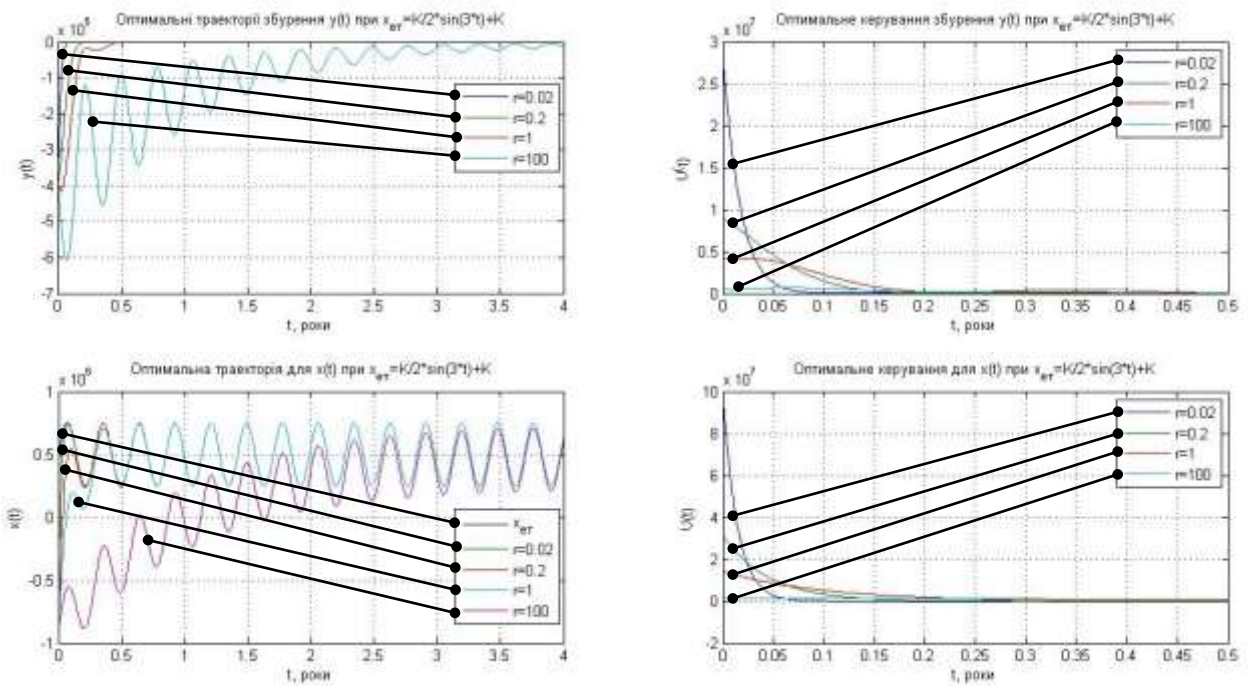


Рис. 6. Результати оптимальної траєкторії та керування економічної моделі рахунку інвестиційного підприємства при  $x_{em}$  за  $T = 4$  роки ( $r = 0.02; 0.2; 1; 100$ )

Таким чином, за допомогою моделювання є можливість спостерігати оптимальне функціонування інвестиційної компанії за різних параметрів і встановити раціональне керування грошовими потоками. Модель може бути використана при плануванні майбутнього обсягу капіталу за певної початкової (стартової) суми.

**Висновки.** На основі розробки оптимізаційної економіко-математичної моделі та моделювання визначено, що є певні проблеми в організації та плануванні потоку грошових коштів у виробничо-комерційній діяльності підприємств і забезпечення постійної платоспроможності на всіх етапах планового періоду. Одним з методів вирішення цих питань обрано моделювання рахунку підприємства за допомогою диференційного рівняння.

На основі обробленої теоретичної бази подібних ситуацій обрано лінійно-квадратичну одновимірну математичну модель, яка надала можливість досліджувати поведінку руху ГП при різних значеннях параметрів. За результатами формування цієї моделі та експериментальних випробувань у середовищі Matlab пакеті Simulink визначено, що керування ГП інвестиційного підприємства значно залежить від величини  $r$ , що характеризує вартість керування (множник  $N_3$ ) та ефективність керування (множник  $b^{-2}$ ). Швидкість досягнення кінцевого результату тим більша, чим більша величина  $r$ , що значною мірою відображається на контролюванні та керуванні рахунком.

Рішення рівняння Ріккати в будь-якому випадку має розв'язок і в кінцевий момент часу значення досягається відповідно до значення коефіцієнта  $N_1$ .



Рівняння Ріккати завжди наближається до сталого розв'язку (множник  $N_I$ ) незалежно від кінцевого часу.

Науковою новизною є формування лінійних оптимальних систем керування під економічні задачі та розробки математичної моделі для інвестиційних компаній, що, на відміну від існуючих, надало можливість вибору з числа можливих траєкторій економічного розвитку оптимальної за змінних економічних величин.

Подальших наукових досліджень потребує опрацювання результатів подібного моделювання не тільки на інвестиційних підприємствах, а й на інших фінансових установах, у тому числі державних і комерційних банках.

### **Література:**

1. Пономаренко О. І. Основи математичної економіки / О. І. Пономаренко, М. О. Перестюк, В. М. Бурим. – К. : Інформтехніка, 1995. – 320 с.
2. Ашманов С. А. Математические модели и методы в экономике / С. А. Ашманов. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1980. – 199 с.
3. Афанасьев В. Н. Математическая теория конструирования систем управления / В. Н. Афанасьев, В. Б. Колмановский, В. Р. Носов. – М. : Высшая школа, 2003. – 614 с.
4. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория / М. Интрилигатор [Пер. с англ. Т. И. Жукова, Ф. Я. Кельман]. Под ред. А. А. Конюса. – М. : Прогресс, 1975. – 607 с.
5. Квакернаак Х. Линейные оптимальные системы управления / Х. Квакернаак [Пер. с англ. В. А. Васильева, Ю. А. Николаева]. Под ред. Б. Н. Петрова. – М. : Мир, 1977. – 652 с.